# Modélisation de la Digestion dans l'Intestin Grêle

Masoomeh TAGHIPOOR

Fédération Denis Poisson
INRA de Tours
CaSciModOT

3 decembre 2010

# Plan

# Qu'est-ce que c'est la digestion?

- Digestion:

l'ensemble des mécanismes grâce auxquels peuvent en définitive être déversés dans le sang portal et dans la lymphe les nutriments directement utilisables par les voies métaboliques pour la croissance, l'entretien et les productions d'un organisme vivant (Laplace, 1975).

# Qu'est-ce que c'est la digestion?

- Digestion:

l'ensemble des mécanismes grâce auxquels peuvent en définitive être déversés dans le sang portal et dans la lymphe les nutriments directement utilisables par les voies métaboliques pour la croissance, l'entretien et les productions d'un organisme vivant (Laplace, 1975).

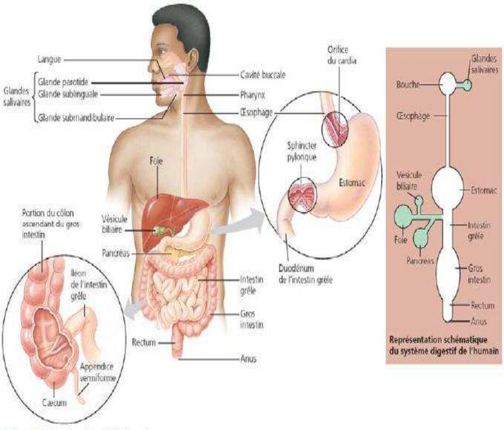


Figure 41.15 Système digestif de l'humain.

# Résumé

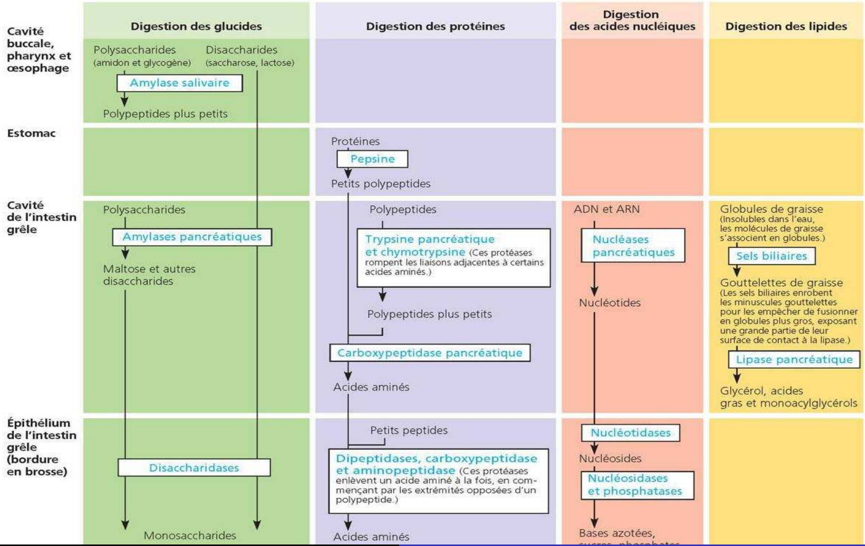
| Phénomènes | Transport | Dégradation | Absorption |
|---|---|---|---|
| Notations | $v(t), x(t)$ | $A_s, A_{ns}, A_{nd}, B_{int}$ | $B_{abs}$ |
| Causes | Péristaltique | Hydrolyse enzymatique | Passif et actif |

# Résumé

| Phénomènes | Transport | Dégradation | Absorption |
|---|---|---|---|
| Notations | $v(t), x(t)$ | $A_s, A_{ns}, A_{nd}, B_{int}$ | $B_{abs}$ |
| Causes | Péristaltique | Hydrolyse enzymatique | Passif et actif |

Intestin grêle$\rightarrow$ moins accessible aux études in vitro$\rightarrow$ objet de cette thèse

# Dégradation



# Bolus et l'intestin grêle

Bolus

- Une seule espèce $A = A_{nd} + A_s + A_{ns}$
- Enzymes et eau
- Cylindre

Intestin grêle

- Mono dimensionnel

# Système d'équations

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt}(t) = \dfrac{d}{dt}(\psi(\dfrac{t - x(t)}{c}))g(x(t), Y(t)) - K(t)\dfrac{dx}{dt} \\ \dfrac{dY}{dt}(t) = f(Y(t), x(t)) \end{cases}$$

$t \in [0, 7],\ Y(t) = [A_s, A_{ns}, A_{nd}, B_{int}, B_{abs}, e],\ Y(0) = Y_0,\ x(0) = 0$

# Système d'équations

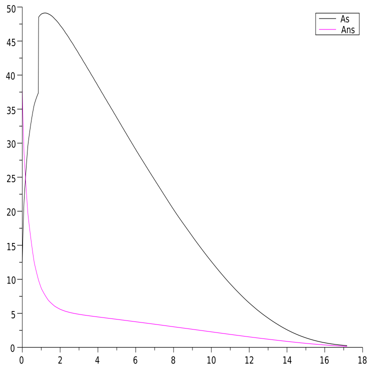
$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt}(t) = \dfrac{d}{dt}(\psi(\dfrac{t-x(t)}{c}))g(x(t), Y(t)) - K(t)\dfrac{dx}{dt} \\ \dfrac{dY}{dt}(t) = f(Y(t), x(t)) \end{cases}$$

$t \in [0,7],\ Y(t) = [A_s, A_{ns}, A_{nd}, B_{int}, B_{abs}, e],\ Y(0) = Y_0,\ x(0) = 0$

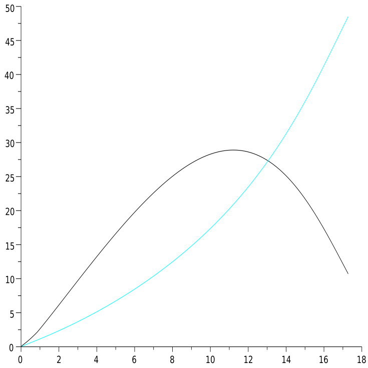
$\psi'(x)$ fonction périodique modélisant les impulsions.

# Graphes

## Dégradation

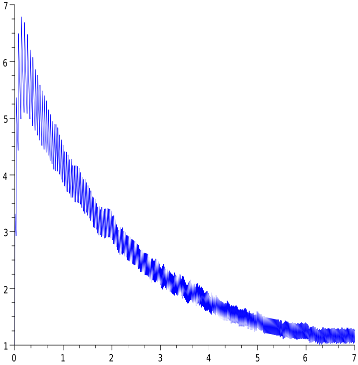


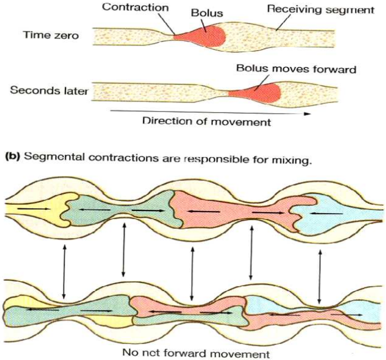

## Absorption



# Transport

Effet lubrifiant d'eau diminue la viscosité de bolus



# Graphe du transport et l'effet d'homogénéisation

Impulsions périodiques $\psi'(x)$ avec la période $\varepsilon$ secondes,
$\int_0^\varepsilon \psi'(x)dx = e(\varepsilon)$

$\downarrow$

Oscillations très rapides de la courbe de vitesse

$\Downarrow$

Passage à l'homogénéisation

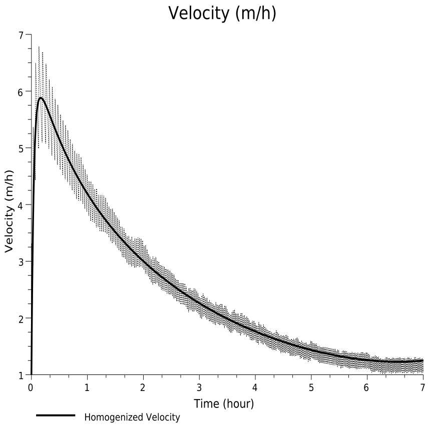
$$\begin{cases} \dfrac{d^2x^\varepsilon}{dt}(t) = \varepsilon \dfrac{d}{dt}\psi\left(\dfrac{t - x(t)}{c\varepsilon}\right) g(x^\varepsilon(t), Y^\varepsilon(t)) - K(t)\dfrac{dx^\varepsilon}{dt}(t) \\ \dfrac{dY^\varepsilon}{dt}(t) = f(Y^\varepsilon(t), x^\varepsilon(t)) \end{cases}$$

# Graphe du transport et l'effet d'homogénéisation

donc pour le transport :

$$\frac{d^2\bar{x}}{dt^2}(t) = \delta \frac{1 - \dot{\bar{x}}(t)}{c} g(\bar{x}(t), \bar{Y}(t)) - K(t)\frac{d\bar{x}}{dt}(t)$$

où $\delta = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{e(\varepsilon)}{\varepsilon}$.



# Absorption

Manque d'information sur les propriétés de la paroi intestinale

$\Downarrow$

# Absorption

Manque d'information sur les propriétés de la paroi intestinale

$$\Downarrow$$

Bilan d'absorption

$$\frac{dB_{abs}}{dt} = \sqrt{\pi l/\rho}\,\frac{C_{abs}A + 2C_{iabs}B_{int}}{(A + B_{int} + B_{abs})^{1/2}} - \overbrace{k_a \frac{B_{\mathrm{abs}}}{k + B_{\mathrm{abs}}}}^{\text{Absorption par la paroi intestinale}}$$

# Absorption

Manque d'information sur les propriétés de la paroi intestinale

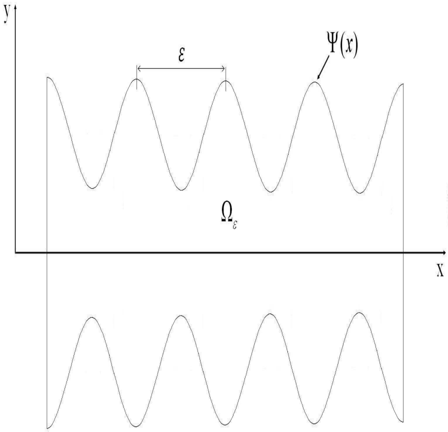
$\Downarrow$

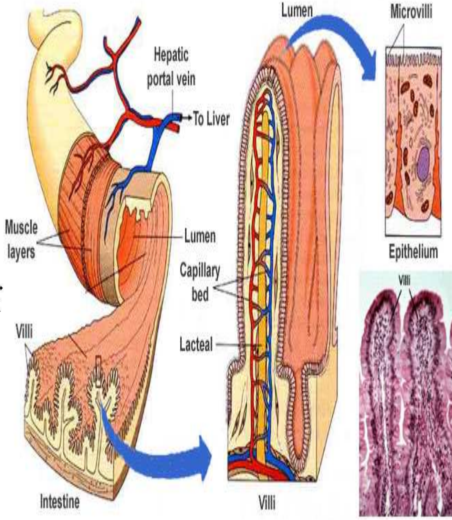
Bilan d'absorption

$$\frac{dB_{abs}}{dt} = \sqrt{\pi l/\rho}\,\frac{C_{abs}A + 2C_{iabs}B_{int}}{(A + B_{int} + B_{abs})^{1/2}} - \overbrace{k_a \frac{B_{\text{abs}}}{k + B_{\text{abs}}}}^{\text{Absorption par la paroi intestinale}}$$

le $k_a$ est le taux d'absorption de $B_{\text{abs}}$ par la paroi de l'intestin grêle.

# Graphe d’absorption



# Villosités intestinales et homogénéisation (1)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u^\varepsilon}{\partial t} = \chi_\varepsilon \Delta u^\varepsilon + c(\dfrac{y}{\varepsilon})\dfrac{\partial u^\varepsilon}{\partial x} & \text{dans } \Omega_\varepsilon \times (0,t) \\ \dfrac{\partial u^\varepsilon}{\partial n} = -\eta(x/\varepsilon, y/\varepsilon)u^\varepsilon & \text{sur } \partial\Omega_\varepsilon \end{cases}$$

$$u^\varepsilon(x,0) = u_0 \ , \quad u^\varepsilon(0,t) = u(t)$$

$\eta(x)$ périodique en $x$ de période $\varepsilon$ *et* :

$$\Omega_\varepsilon = \{(x,y) \in \mathbb{R} \text{ t.q } \mid y \mid < \varepsilon\psi(x/\varepsilon), \ x \in [0,L]\}$$

# Villosités intestinales et homogénéisation (2)

$$u^{\varepsilon}(x,t) = \bar{u}(x,t) + \varepsilon u_1(x,y,t,X,Y) + o(\varepsilon)$$

où $X$, $Y$ sont les “variables rapides” :

$$X = x/\varepsilon, Y = y/\varepsilon$$

Problème cellulaire :

$$\begin{cases} -\Delta u_1 - c(Y)[(u_1)_X + P_x] = \lambda \ \text{ dans } \ \Omega \\ (Du_1 + P_x).N = -\eta(X,Y)\bar{u} \ \text{ sur } \ \partial\Omega \end{cases}$$

où $\lambda = -\bar{u}_t$ et $P_x = \bar{u}_x$.

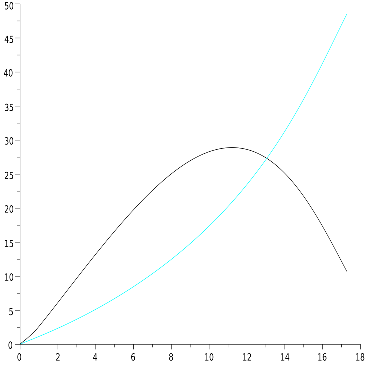
# Villosités intestinales et homogénéisation (3)

En intégrant sur une période :

$$P = \left\{(X, Y) \in \mathbb{R} \mid 0 \leqslant X \leqslant 1, \mid Y \mid \leqslant \psi(X)\right\}$$

$$\lambda mes(P) = \left(\int_{\partial P} \eta(X, Y) d\sigma\right) \bar{u} - \left(\int_{P} c(Y) dX dY\right) P_x$$

$$\bar{u}_t = -\frac{1}{mes(P)} \left(\int_{\partial P} \eta(X, Y) d\sigma\right) \bar{u} + \frac{1}{mes(P)} \left(\int_{P} c(Y) dX dY\right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$$


0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18

Merci de votre attention