

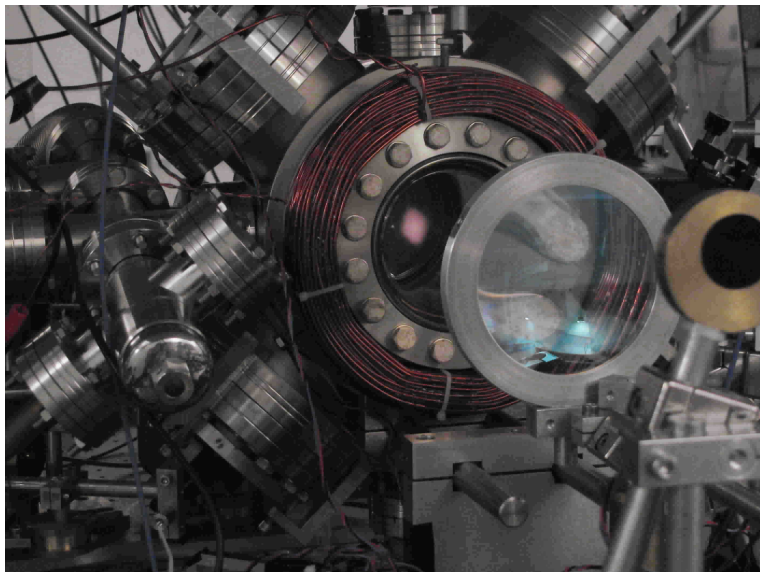
Modélisation de pièges magnéto-optiques

J. Barré + M. Chalony, D. Chiron, D. Crisan, T. Goudon, R. Kaiser,
G. Labeyrie, N. Masmoudi, B. Marcos, D. Métivier, A. Olivetti, D.
Wilkowski

U. of Nice-Sophia Antipolis and U. of Orléans, and Institut Universitaire de
France.

Journée CaSciModOT, 17 juin 2016, Tours.

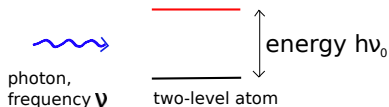
Un piège magnéto-optique



Atomes et photons

Piéger et refroidir des atomes à l'aide de lasers : techniques mises au point dans les années 70-80.

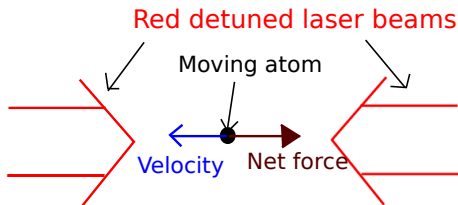
- Description classique (ie pas quantique) des atomes; description quantique de la lumière
- Mécanisme de base : interactions atomes/photons



Atom at rest: absorption probability max. when $\nu = \nu_0$

Conservation de l'impulsion → force effective sur les atomes.
Echelle de temps considérée pour la dynamique des atomes =
beaucoup de cycles absorption/réémission → description par une
force moyenne + bruit

Refroidissement Doppler



La fréquence des lasers est légèrement en dessous d'une résonance :

→ refroidissement Doppler

- Piégeage spatial : idée similaire; utilise un gradient de champ magnétique

→ une vision (trop) simple : friction linéaire ($-\kappa\vec{v}$) + diffusion en vitesses + piège extérieur

Premières équations

- Particules

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} &= \mathbf{v}_i \\ m\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} &= -\kappa\mathbf{v}_i - \nabla\Phi_{\text{ext}}(\mathbf{x}_i) + \sqrt{2D}\xi_i(t)\end{aligned}$$

- EDP pour la distribution des atomes $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f - \nabla_{\mathbf{x}}\Phi_{\text{ext}} \nabla_{\mathbf{v}} f = \nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\kappa\mathbf{v}f + D\nabla f)$$

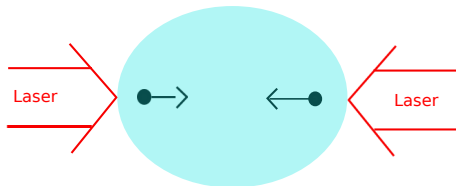
- solution stationnaire

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \propto N e^{-\frac{m\Phi_{\text{ext}}(\mathbf{x})}{k_B T}} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

→ on pourrait atteindre de grandes densités en piégeant plus d'atomes...

Effet d'ombre

- Introduit théoriquement par Dalibard, 1988



L'intensité des lasers décroît au cours de leur propagation

→ une force effective dirigée vers le centre !

- Dans une approximation "faible absorption": $\nabla \cdot \vec{F}_{\text{ombre}} \propto -\rho$

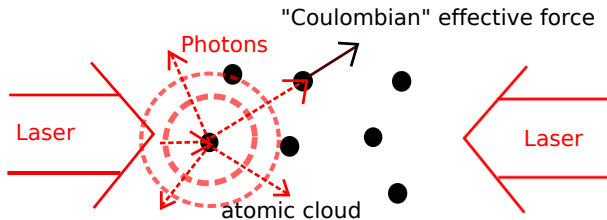
→ Comme la gravitation... mais ne dérive pas d'un potentiel!

→ Beaucoup plus difficile!

- Pour atteindre de grandes densités, c'est encore mieux...

Interaction répulsive

Comprise par Sesko, Walker et Wieman, 1990.



Multiple diffusion and effective force

$$\rightarrow \vec{F}_i \propto \sum_j \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3}$$

La dépendance en $1/r^2$ vient de l'angle solide en 3D.

→ une force "coulombienne" ! C'est elle qui empêche d'atteindre de grandes densités.

C'est une vision très simplifiée, mais plus ou moins le "modèle standard".

Equation de Fokker-Planck non linéaire

L'équation pour f correspondant au "modèle standard":

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f + \left(-\nabla_{\mathbf{x}} \Phi_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{Coulomb}} + \vec{F}_{\text{ombre}} \right) \nabla_{\mathbf{v}} f = \nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\kappa \mathbf{v} f + D \nabla_{\mathbf{v}} f)$$

avec les forces

$$\vec{F}_{\text{Coulomb}} = -\nabla \Phi_{\text{Coulomb}}, \quad \Delta \Phi_{\text{Coulomb}} = -c\rho$$
$$\vec{F}_{\text{ombre}} = \iint \vec{K}(x - x', y - y') \rho(x', y') dx' dy'$$

Le noyau de convolution \vec{K} ne dérive pas d'un potentiel, et est singulier (contient des δ). De plus

$$\nabla \cdot \vec{F}_{\text{ombre}} = \gamma c \rho.$$

En général $0 < \gamma < 1 \rightarrow$ la répulsion domine.

Objectifs des travaux

Particules en interaction avec des forces à longue portée, des forces non potentielles (+ des frictions non linéaires, des forces mêlant vitesse et espace...) → physique très riche, beaucoup à explorer

- ▶ Tester la modélisation. Par exemple : forces "Coulombiennes"
→ analogie avec des plasmas; peut-on retrouver des phénomènes de physique des plasmas ?
- ▶ Explorer des régimes où les interactions "exotiques" sont importantes
- ▶ Peut-on rendre l'interaction attractive dominante ? Une pseudo-galaxie en laboratoire...

Approches analytiques

1. Utiliser différents niveaux de modélisation Particules / Cinétique (Fokker-Planck non linéaire) / Fluide : équations pour la densité $\rho(\mathbf{x}, t)$, le champ de vitesse local...
2. Contrôler le passage d'un niveau à un autre, suivants les régimes de paramètres : questions mathématiques ici.
3. Physique statistique d'équilibre, ou hors équilibre.
4. On peut s'inspirer de la physique des plasmas, ou de la physique des systèmes auto-gravitants.

Difficultés : **force non potentielle, singulière**

Approches numériques

Deux approches :

- ▶ **Simuler l'EDP (Fokker-Planck non linéaire) à l'aide de particules**

$N > 10^9$ atomes, donc on simule des "pseudo-particules".

Difficultés : interactions à longue portée, et forces singulières.

"Tree code" inspiré de l'astrophysique pour l'interaction

Coulombienne : $N \leq 10^5 - 10^6$.

GPU + force brute : $N \leq 5 \cdot 10^4$

- ▶ **Discrétiser l'EDP, méthodes différences finies ou volumes finis.**

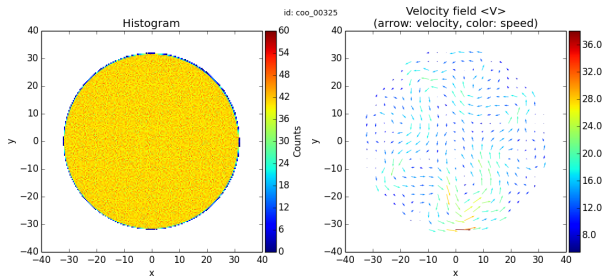
Difficultés : $f(x, v, t) \rightarrow$ 6 dimensions + le temps, impossible.

Donc on ne simule que la densité $\rho(x, t)$ (limite forte friction).

On s'attend à des distributions en vitesse non gaussiennes...

Exemple 1 : limite asymptotique Euler incompressible

Régime de force répulsive très dominante \rightarrow limite incompressible



Simulation particulière. Gauche : histogramme de la densité; droite : courants.
 \rightarrow on voudrait une description fluide incompressible, plus simple.

Question : Démontrer que les solutions du système complet tendent vers les solutions de l'équation d'Euler incompressible (J.B., D. Chiron, T. Goudon, N. Masmoudi 2015).

Exemple 2 : limite "auto-gravitante"

Géométrie "cigare" ou "crêpe" : l'effet d'ombre, attractif, domine.



→ se rapproche d'un système "auto-gravitant"

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (F_{\text{ombre}}[\rho] \rho - D \nabla \rho) = 0$$

→ singularité en temps fini ?

Conclusions

Beaucoup à faire !

Deux expériences à venir

- ▶ Tester les corrélations à l'intérieur du nuage dans un régime "Coulombien"; peut-on mettre en évidence une "longueur de Debye" ? (exp. Institut Non Linéaire de Nice; G. Labeyrie, D. Métivier, R. Kaiser, B. Marcos)
- ▶ Créer un MOT à géométrie "crêpe"; peut-on observer des effets "auto-gravitants", ou des effets liés au caractère non potentiel de la force ? (exp. Nanyang Technical University, Singapour; V. Mancois, D. Wilkowski, P. Viot, B. Marcos)